## 基础课28 平面向量的基本定理及其坐标表示

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 设，是平面内所有向量的一组基，则下列四组向量中，不能作为基的是（ B ）.

A. 和 B. 和

C. 和 D. 和

[解析]因为，是平面内所有向量的一组基，所以，不共线，所以 和 不共线，和 不共线，和 不共线,所以选项,,都可以作为基；中，因为，所以 和 共线，不能作为基.故选.

2. 已知向量,,，则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]因为,,，所以.故选.

3. 设，，向量，，，且，，则（ B ）.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

[解析]因为，，，且，，所以 且，解得，，所以.故选.

4. （改编）已知向量，，若，则（ D ）.

A. B. C. 5 D.

[解析]向量，，若，则，解得，所以，，所以.故选.

5. （改编）已知向量，则与垂直的单位向量为（ C ）.

A. , B. , C. , D. ,

[解析]设与 垂直的单位向量，因为，所以，

，解得,或,.故选.

6. 如果,是平面 内两个不共线的向量，那么下列说法错误的是（ B ）.

可以表示平面 内的所有向量；

②对于平面 内任一向量，使的实数对有无穷多个；

③若向量与共线，则；

④若存在实数 ， 使得，则.

A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②

[解析]由平面向量的基本定理可知，①④正确.

对于②，由平面向量的基本定理可知，一旦一个平面的基确定，那么任意一个向量在此基下的实数对是唯一的，故②错误.

对于③，当 或 时，说法不一定成立，应为，故③错误.故选.

7. （改编）已知在中，为边上一点且满足，若为线段上一点，且满足（ , 为正实数），则的最小值为（ B ）.

A. 2 B. C. D. 4

[解析]因为 为线段 上一点，所以，且，

又因为，可得 即 所以，

可得，

当且仅当，即 时，等号成立，所以 的最小值为.故选.

8. 已知在矩形中，，，动点满足，，，则下列说法错误的是（ B ）.

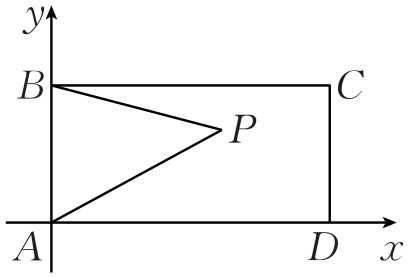
A. 若，则的面积为定值

B. 若，则的最小值为4

C. 若，则满足的点不存在

D. 若，，则的面积为

[解析]以 为坐标原点，，所在直线分别为，轴建立如图所示的平面直角坐标系，



则，，，，，

因为，所以.

对于，当 时，，则点 到直线 的距离为4，则，正确；

对于，当 时，，则，因为，所以，则，当且仅当 时，等号成立，错误；

对于，当 时，，，，所以，所以若，则满足 的点 不存在，正确；

对于，若，，则,，此时点 到直线 的距离为，则，正确.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）已知向量,，则（ BC ）.

A. B. 向量在向量上的投影向量为

C. 与夹角的余弦值为 D. 若,，则

[解析]对于,因为，所以，故 错误；

对于,因为,，，所以向量 在向量 上的投影向量为，故 正确；

对于,因为，所以，所以,，故 正确；

对于,因为,,，而，所以 不成立，故 错误.故选.

10. （多选题）已知在平行四边形中，为边的中点，为边上靠近点的三等分点，连接，交于点，连接，为上靠近点的三等分点，记，，则下列说法正确的是（ ACD ）.

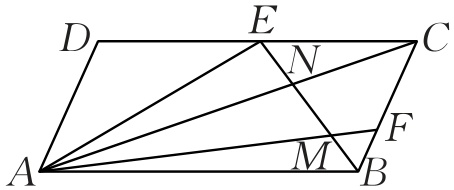
A. ，，三点共线

B. 若，则

C.

D. ，为平行四边形的面积

[解析]如图所示,在平行四边形 中，因为 为边 上靠近点 的三等分点，



所以，,

所以，设,，

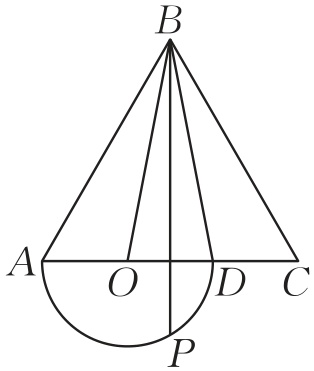
所以，又有公共点，所以,,三点共线，故 正确；

设，则，故 解得 所以,，故 错误；

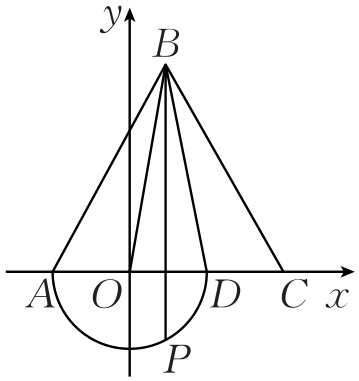
，因为，所以，故，故 正确；

因为，所以，故 正确.故选.

11. 如图所示，在边长为3的等边中，，且点在以的中点为圆心，为半径的半圆上，若，则的最大值为  .



[解析]如图，以 为原点建立平面直角坐标系，



则,,,，因为 在以 的中点 为圆心，为半径的半圆上，

所以点 的轨迹方程为，且在 轴的下半部分（含 轴），

设,，

则,,,,

,，

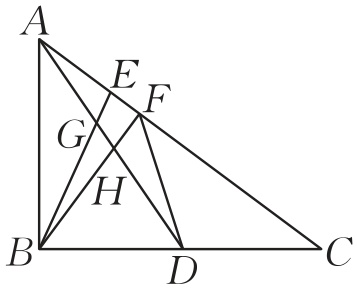
因为，所以,,,，

即,,，

所以，

所以，因为，所以当 时，取得最大值，最大值为.

12. （双空题）如图，在中，,,，是的中点，,，与，分别交于,两点.若，则  ，  .



[解析]因为，，所以，

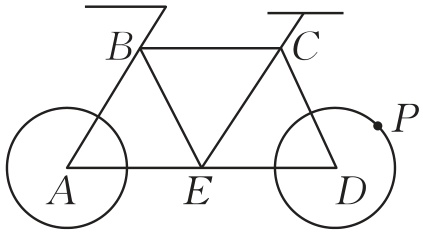
又，，三点共线，所以，所以，

又，所以，所以 则

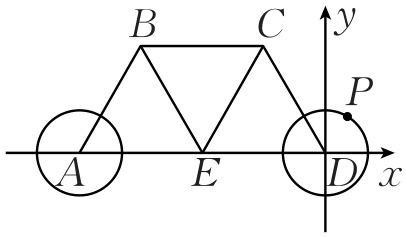
因为，所以，所以，在 中，由勾股定理得，所以，，所以.

#### 应用情境练

13. 如图,这是某一自行车的平面结构示意图，已知图中的圆（前轮）、圆（后轮）的半径均为，，，均是边长为4的等边三角形.设为后轮上一点，则在骑该自行车的过程中，的最小值为12.



[解析]如图，以 为坐标原点，所在直线为 轴，建立平面直角坐标系，



因为圆（前轮），圆（后轮）的半径均为，，，均是边长为4的等边三角形,

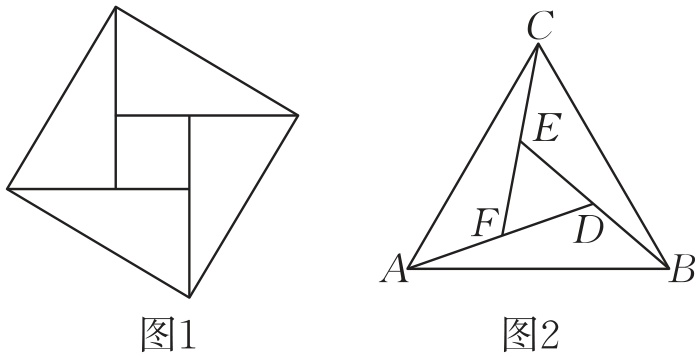
所以设点，且，，,

所以,，

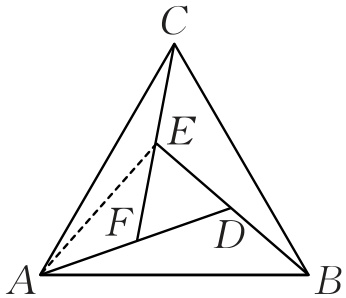
所以，

所以当，即 时，的值最小，最小值为12.

14. （双空题）赵爽为《周髀算经》一书作序时介绍了“勾股圆方图”，亦称“赵爽弦图”（如图1）.某数学兴趣小组类比“赵爽弦图”构造出图2，为正三角形，，，围成的也为正三角形.若为的中点，则与的面积的比值为  ；设，则  .



[解析]如图,连接，由题意知，且,,分别为,,的中点，所以，



,得.

因为,，，

化简得，所以.

#### 创新拓展练

15. 已知对任意平面向量，将绕其起点沿逆时针方向旋转 角得到向量，叫作把点绕点沿逆时针方向旋转 角得到点.已知平面内点，将点绕点沿顺时针方向旋转后得到点,，则点的坐标为  .

[解析]设，则，将点 绕点 沿顺时针方向旋转，

即将点 绕点 沿逆时针方向旋转，

可得,，

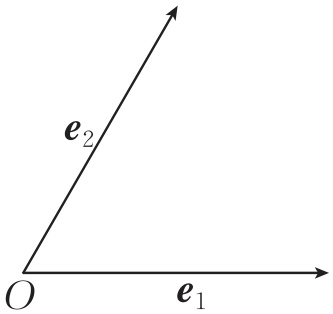
化简可得,，

又因为,，

所以

解得 所以.

16. 如图，平面向量与是单位向量，夹角为 ，那么向量，构成平面的一组基.若，则将有序实数对称为向量在这个基下的斜坐标，表示为.



（1）记向量，，求向量在这个基下的斜坐标；

（2）已知，，求；

（3）请以（2）中的问题为特例，提出一个一般性的问题，并解决问题.

[解析]（1），所以.

（2）由已知得，，，.

（3）设，，求.

，，则.